レポート 解答例 (4/15 日出題分) **作成協力＝光田千紘**

1.1

単位時間あたりの太陽の放射エネルギー E_s は、ステファン・ボルツマンの法則を用いると以下のように表せる。

$$E_s = 4\pi r^2 \times \sigma {T_{eff}}^4$$

ただし、太陽半径 r_s : 6.96×10^8[m]
ステファン-ボルツマン定数 σ : 5.67×10^{-8}[Wm^{-2}k^{-4}]
太陽の有効温度 T_{eff} : 5.78×10^3[K]

太陽の放射エネルギーは、全方向に均等に伝わっていくと考える。エネルギーは, 太陽-地球間の距離 R を半径とする球の表面へ均等に伝わるため、地球に届く単位時間、単位面積あたりのエネルギーは

$$\begin{aligned} F &= \frac{E_s}{4\pi R^2} \\ &= \frac{4\pi {r_s}^2 \sigma {T_{eff}}^4}{4\pi R^2} \\ &= \frac{{r_s}^2 \sigma {T_{eff}}^4}{R^2} \end{aligned}$$

ただし、太陽-地球間の距離 R : 1.50×10^{11}[m]

よって、具体的な数値を代入すると、

$$\begin{aligned} F &= \frac{(6.96 \times 10^8)^2 \times 5.67 \times 10^{-8} \times (5.78 \times 10^3)^4}{(1.50 \times 10^{11})^2} \\ &= 1.36 \times 10^3 \end{aligned}$$

よって、太陽定数 F は、1.36×10^3[wm^{-2}]

1.2

単位時間あたりに、地球が太陽からもらうエネルギー E_e は

$$E_e = F\pi {r_e}^2$$

ただし、地球の半径 r_e : 6.38×10^6[m]

よって、45 億年で受け取るエネルギーは

$$E_e t = F\pi {r_e}^2 t$$

ただし、時間 t : 45[億年]=45 $\times\ 10^8 \times$ 365 $\times$ 24 $\times$ 3600[sec]

太陽から受け取ったエネルギーはすべて地球が吸収すると考えるので、温度の上昇は

$$T = \frac{F\pi {r_e}^2 t}{Cm}$$

ただし、地球の平均比熱 C : 10^3[Jkg^{1}K^{-1}]
地球の質量 m : 5.97 $\times\ 10^{24}$[kg]

よって、具体的な数値を代入すると

$$\begin{aligned} T &= \frac{1.36 \times 10^3 \times 3.14 \times (6.38 \times 10^6)^2 \times 45 \times 10^8 \times 365 \times 24 \times 3600}{10^3 \times 5.97 \times 10^{24}} \\ &= 4.1 \times 10^6 \end{aligned}$$

よって、温度は、4.1 $\times\ 10^6$[K]　上昇する。

■ レポート講評 $\cdots$(by 倉本)

- 有効数字
  計算式に代入する数字が何桁目まで正しく表しているのか気をつけよう．例えば問題 1-1 の計算で太陽地球間距離として $1.5{\times}10^8$ m を用いた場合と $1.50{\times}10^8$ m を用いた場合では答えが違う．1.5 は 1.45 以上 1.55 未満，1.50 は 1.495 以上 1.505 未満の数字を意味するからである．

  $1.5{\times}10^8$ m を使った場合，最終的な計算値として 1.36 $\times\ 10^3$ W/m^2 と書いても 3 桁目の 6 には意味がない．3 桁目まで意味のある数値を計算するには，式に代入する数字の有効数字の全て 4 桁以上取り，計算結果の 4 桁目を四捨五入して有効数字 3 桁とする．

- 表面温度と有効温度
  出題 1-1 には表面温度と記したので，これを用いると太陽定数の計算値として $2.1{\times}10^3$ が得られる．有効温度を用いると実際の太陽定数と同じ値が得られる．このことに触れたレポートは好感がもてる．